

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы
прикладной математики и
информатики**

А.М. Райгородский

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Математический аппарат концептуальных методов
по направлению:	Информатика и вычислительная техника
профиль подготовки:	Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра концептуального анализа и проектирования
курс:	4
квалификация:	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 8 (весенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 15 час.

семинары: 15 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 15 час.

Всего часов: 45, всего зач. ед.: 1

Программу составил: И.Р. Борисов

Программа обсуждена на заседании кафедры концептуального анализа и проектирования 06.03.2020

Аннотация

В курсе рассматриваются аксиоматическая теория множеств и теория структур Н. Бурбаки, лежащие в основе математического аппарата, используемого для экспликации систем понятий при концептуальном анализе и проектировании. Особое внимание уделяется использованию аппарата родов структур Бурбаки для описания объектов и формального вывода свойств этих объектов, а также использованию формальных операций над родами структур.

Курс предполагает получение практического опыта экспликации систем понятий в аппарате родов структур и ознакомление с экспликациями некоторых математических конструктов.

Для освоения курса слушателю желательно знать основы математической логики.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Обеспечить теоретическую базу для успешного применения языка теории множеств и аппарата родов структур в прикладном моделировании предметных областей путём изучения аксиоматической теории множеств и основных её результатов, основ аппарата родов структур.

Задачи дисциплины

- Сформировать целостное представление об аксиоматике теории множеств и познакомить с кругом вопросов, рассматриваемых аксиоматической теорией множеств;
- овладеть навыками решения задач, связанных со свойствами операций над множествами, свойствами упорядоченных множеств и сравнением множеств по мощности;
- ознакомить с аппаратом родов структур Бурбаки и операциями над родами структур, овладеть навыками создания родоструктурных текстов и проведения формальных операций с ними.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценить качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны знать:

- Язык теории множеств и аксиоматику ZFC теории множеств, причины, приведшие к её формированию, роль каждой из аксиом;
- определение операций над множествами и их свойства;
- свойства множеств, связанные с мощностями и порядковыми типами;
- язык аппарата родов структур;
- определение формальных операций над родами структур.

уметь:

- Пользоваться формальным выводом в теории множеств с применением аксиоматики ZFC;
- решать задачи, связанные с рассматриваемыми теоретическими вопросами;
- пользоваться аппаратом родов структур Бурбаки для описания математических объектов и формального вывода свойств этих объектов;
- пользоваться формальными операциями над родами структур.

владеть:

Навыками и решать задачи, связанные с рассматриваемыми теоретическими вопросами.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Шкала ступеней. М-граф ступени и концептуальной схемы. Канонические распространения.	2			1
2	Основы системного подхода и концептуального анализа. Анализ и синтез как инструменты познания.	1	4		2
3	Биективная переносимость. Условия биективной переносимости термов.	2			1
4	Синтез систем понятий. Схема синтеза. Отождествление понятий при синтезе.	1	4		2
5	Определение рода структуры. Сигма-объект. Непротиворечивость родов структур.	2			1
6	Интерпретируемость формального выражения. Критерии интерпретируемости термов.	1	4		2
7	Эквивалентность родов структур. Эквивалентная представимость некоторых концептуальных схем.	2	3		2
8	Операции над родами структур.	2			2
9	Введение в метатеоретические и теоретико-модельные операции.	2			2
Итого часов		15	15		15
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		45 час., 1 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

1. Шкала ступеней. М-граф ступени и концептуальной схемы. Канонические распространения.

- 1.1. Понятие ступени в теории структур. Конструкция ступени.
- 1.2. Ступень над набором базисных множеств.
- 1.3. М-граф ступени как визуальное представление структуры..
- 1.4. М-граф КС как представление структурных отношений между понятиями.
- 1.5. Канонические распространения функций по схеме конструкции ступени.
- 1.6. Теорема об основных свойствах канонических распространений.
- 1.7. Канонический перенос.

2. Основы системного подхода и концептуального анализа. Анализ и синтез как инструменты познания.

- 2.1. Системный подход. Надсистема и подсистема.
- 2.2. Анализ и синтез.
- 2.3. КС «Объект-аспектное отношение».
- 2.4. КС «Друзья и Враги».
- 2.5. КС «Начальники и подчиненные».

3. Биективная переносимость. Условия биективной переносимости термов.

- 3.1. Понятие биективной переносимости. Его значимость для моделирования.
- 3.2. Критерии биективной переносимости (теоремы Бурбаки).
- 3.3. Отношение типизации.
- 3.4. Операции над типизацией.
- 3.5. Условия биективной переносимости термов и соотношений.

4. Синтез систем понятий. Схема синтеза. Отождествление понятий при синтезе.

- 4.1. Синтез систем понятий. Изменение выразительной способности.
- 4.2. Отождествление понятий при синтезе. Корректность отождествления.
- 4.3. Виды синтеза: конкретизация, аспектирования, синтез через конструкт.
- 4.4. КС «Генеалогия».
- 4.5. КС «Теория субъектов».

5. Определение рода структуры. Сигма-объект. Непротиворечивость родов структур.

- 5.1. Определение рода структуры.
- 5.2. Сигма-объект. Класс сигма-объектов.
- 5.3. Изоморфизм сигма-объектов.
- 5.4. Теоремы родов структур.
- 5.5. Непротиворечивость родов структур.

6. Интерпретируемость формального выражения. Критерии интерпретируемости термов.

- 6.1. Прямое вычисление формального выражения. Интерпретируемость.
- 6.2. Проблемы интерпретируемости булеана при ограниченном выделении.
- 6.3. Критерии интерпретируемости выражений.
- 6.4. КС «Сеть процессов».
- 6.5. КС «Функционально-методное отношение».

7. Эквивалентность родов структур. Эквивалентная представимость некоторых концептуальных схем.

7.1. Вывод и эквивалентность родов структур.

7.2. Эквивалентная представимость рода структуры с помощью заданной типовой характеристики.

7.3. Примеры эквивалентных родов структур с доказательствами.

7.4. Семантика выбора ступени при экспликации систем понятий.

8. Операции над родами структур.

8.1. Задачи оперирования родами структур при экспликации систем понятий.

8.2. Операция синтеза родов структур. Визуализации отождествлений с помощью М-графа.

8.3. Операции усиления и ослабления теории.

8.4. Операция релятивизации (порождение множеств данного рода). Особенность случая нескольких родовых структур.

8.5. Условие непротиворечивости синтезированного рода структуры.

8.6. Особенности внесения изменений при использовании операций.

9. Введение в метатеоретические и теоретико-модельные операции.

9.1. Отношения между теориями. Теории, описывающие теории.

9.2. Различные теории для одной модели. Теория, описывающая несколько моделей.

9.3. Отношения редукции, аналогии, эквивалентности.

9.4. Теоретико-модельные операции.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная компьютером и мультимедийным оборудованием: проектор, доска, подключение к сети «Интернет».

6.Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Начала математики [Текст], Ч.1, Основные структуры анализа. Кн. 1. Теория множеств/Н. Бурбаки, -М., Мир, 1965
2. Языки и исчисления [Текст] : лекции по мат. логике и теории алгоритмов / Н. К. Верещагин, А. Шень. — 4-е изд., испр. — М. : МЦНМО, 2012. — 240 с.
3. Математическая логика [Текст] : учеб. пособие для вузов / А. Н. Колмогоров, А. Г. Драгалев ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. — 3-е изд., стереотип. — М. : КомКнига, 2006. — 240 с.
4. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / И. А. Лавров, Л. Л. Максимова. — 5-е изд., испр. — М. : Физматлит, 2004, 2006. — 256 с.
5. Введение в математическую логику и роды структур [Текст] : учеб. пособие для вузов / И. Н. Пономарев ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т). — М. : Изд-во МФТИ, 2007. — 240 с.

Дополнительная литература

1. Теория множеств и метод форсинга [Текст] = Theory with particular emphasis on the method of forcing/Т. Йех, -М., Мир, 1973
2. Теория множеств и континуум-гипотеза [Текст] = Set theory and the continuum hypothesis/П. Дж. Коэн, -М., Мир, 1969
3. Основания теории множеств [Текст]/А. А. Френкель, И. Бар-Хиллел, пер. с англ. Ю. А. Гастева, -М., Мир, 1966

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<http://elibrary.ru/defaultx.asp> Научная электронная библиотека;
<http://www.twirpx.com> Все для студента

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

- Windows 10, Skype, Zoom;
- Office 2016: PowerPoint;
- Экстеор 4.8.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий дисциплину, должен с одной стороны, овладеть историей развития и содержанием теории математического аппарата, используемого для экспликации систем понятий, а с другой стороны, должен овладеть навыками применения математического аппарата концептуальных методов для построения концептуальных моделей элементарных предметных областей.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы,
- решение заданий для текущего контроля,
- использование изучаемых программных средств для решения предлагаемых тестовых задач и самостоятельно поставленных исследований,
- проработку учебного материала (учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- подготовку к дифференцированному зачету.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению: Информатика и вычислительная техника

профиль подготовки: Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики
кафедра концептуального анализа и проектирования

курс: 4

квалификация: бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 8 (весенний) - Дифференцированный зачет

Разработчик: И.Р. Борисов

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценить качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Математический аппарат концептуальных методов » обучающийся должен:

знать:

- Язык теории множеств и аксиоматику ZFC теории множеств, причины, приведшие к её формированию, роль каждой из аксиом;
- определение операций над множествами и их свойства;
- свойства множеств, связанные с мощностями и порядковыми типами;
- язык аппарата родов структур;
- определение формальных операций над родами структур.

уметь:

- Пользоваться формальным выводом в теории множеств с применением аксиоматики ZFC;
- решать задачи, связанные с рассматриваемыми теоретическими вопросами;
- пользоваться аппаратом родов структур Бурбаки для описания математических объектов и формального вывода свойств этих объектов;
- пользоваться формальными операциями над родами структур.

владеть:

Навыками и решать задачи, связанные с рассматриваемыми теоретическими вопросами.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Задания в прикрепленном документе.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Шкала ступеней. М-граф ступени и концептуальной схемы. Канонические распространения
2. Основы системного подхода и концептуального анализа. Анализ и синтез как инструменты познания
3. Биективная переносимость. Условия биективной переносимости термов
4. Синтез систем понятий. Схема синтеза. Отождествление понятий при синтезе
5. Определение рода структуры. Сигма-объект. Непротиворечивость родов структур

6. Интерпретируемость формального выражения. Критерии интерпретируемости термов
7. Эквивалентность родов структур. Примеры эквивалентной представимости КС
8. Операции над родами структур: синтез и релятивизации. Теорема о корректности синтезированного рода структуры

Критерии оценивания

отлично (10) - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

отлично (9) - выставляется студенту, показавшему свободное оперирование знаниями учебной программы дисциплины, выполнение заданий творческого характера.

отлично (8) - выставляется студенту, показавшему владение программным учебным материалом с наличием несущественных ошибок в действиях, самостоятельно исправляемых учащимся.

хорошо (7) - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускается в ответе или в решении задач некоторые неточности.

хорошо (6) - выставляется студенту если он осознает воспроизведение программного учебного материала, в том числе и различной степени сложности, с несущественными ошибками, затруднения в применении отдельных навыков.

хорошо (5) - выставляется студенту если теоретическое содержание освоено не полностью, некоторые практические навыки сформированы недостаточно, в некоторых случаях были допущены ошибки.

удовлетворительно (4) - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

удовлетворительно (3) - выставляется студенту в случае большого количества недочетов и неправильных ответов, а также пассивной работе в ходе занятий, многие учебные задания не выполнены.

неудовлетворительно (2) - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

неудовлетворительно (1) - выставляется студенту, который не освоил теоретическое и практическое содержание курса, все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

При проведении дифференцированного зачета обучающемуся предоставляется 30 минут на подготовку. Опрос обучающегося по билету на дифференцированном зачете не должен превышать одного астрономического часа.

Во время проведения дифференцированного зачета обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, конспектами лекций или другими материалами.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примеры заданий для текущего контроля

1. Какой ступеню задаётся

а) пара вида «пара вида «элемент x_1 , множество элементов x_1 », пара вида «элемент x_1 , множество элементов x_1 »?»

б) множество множеств множеств пар вида «множество элементов x_1 , множество элементов x_2 »?

2. Изобразите М-графы и вычислите ранги ступеней

а) $\mathbb{P}\mathbb{P}(x_2) \times (\mathbb{P}(x_1) \times x_1)$

б) $\mathbb{P}(\mathbb{P}(x_2 \times x_1) \times \mathbb{P}(x_2 \times x_1))$

3. Шкалой над множествами x_1, \dots, x_n называется множество всех возможных ступеней, которые можно построить над этими множествами. Какова мощность шкалы над единственным множеством x_1 ?

1. Изобразите М-граф и вычислите ранг ступени $\mathbb{P}(x_1 \times x_2) \times \mathbb{P}\mathbb{P}(x_1 \times x_2)$.

2. Пусть ξ — биективно переносимый терм с типом $\mathbb{P}S_\xi[x_1, \dots]$, R — удовлетворяет условиям теоремы о биективной переносимости терма $\{t \in S[\dots] \mid R\}$. Введём сокращающее обозначение

$$\exists t \in \xi R \iff \exists t \in S_\xi[x_1, \dots](t \in \xi \& R).$$

Докажите, что соотношение $\exists t \in \xi R$ биективно переносимо. Указание: воспользуйтесь теоремами из предыдущей лекции.

3. Докажите, что $x_1 = x_2$ не является биективно переносимым соотношением.

1. Пусть $d \in \mathfrak{P}(x_1 \times x_2)$.

1. докажите биективную переносимость соотношения

$$\forall v \in x_2, \exists u \in x_1 \times x_2 (u \in d \& \text{pr}_2(u) = v)$$

2. докажите биективную переносимость и вычислите типизацию терма

$$\{t \in \mathfrak{P}(x_1) \mid \exists u \in x_2 t = \{a \in x_1 \mid \exists v \in x_1 \times x_2 (v \in d \& \text{pr}_1(v) = a \& \text{pr}_2(v) = u)\}\}$$

2. Пусть $d \in \mathfrak{P}\mathfrak{P}(x_1)$.

1. докажите биективную переносимость соотношения

$$\forall a \in \mathfrak{P}(x_1), \forall b \in \mathfrak{P}(x_1), \forall t \in x_1 ((t \in a \Rightarrow t \in b) \Rightarrow b \in d)$$

2. докажите биективную переносимость и вычислите типизацию терма

$$\{t \in x_1 \mid \exists v \in \mathfrak{P}(x_1) (v \in d \& t \in v)\}$$

3. Докажите, что

$$\tau(\underbrace{\bigcup \dots \bigcup}_{n \text{ раз}}(\xi)) = \mathfrak{P}(D^{n+1}\tau(\xi)).$$

1. Проверьте биективную переносимость аксиомы и терма рода структуры:

1. x_1

2. x_2

3. $d_1 \in \mathfrak{P}((x_1 \times x_1) \times x_2)$

4. $\forall e \subseteq d_1 (\text{Pr}_1(\text{Pr}_1(e)) \neq \text{Pr}_2(\text{Pr}_1(e)))$

5. $\{t \in x_1 \times \mathfrak{P}(x_1) \mid \text{pr}_2(t) = \{x \in x_1 \mid \exists d \in d_1 ((\text{pr}_1(\text{pr}_1(d)) = \text{pr}_1(t)) \& (\text{pr}_2(\text{pr}_1(d)) = x))\}\}$

2. Напишите аксиому рода структуры сильно-связного ориентированного графа:

1. x_1 — множество вершин графа.

2. $d \in \mathfrak{P}(x_1 \times x_1)$ — множество ориентированных рёбер.

3. ...

Сильно-связный граф — граф, между любой упорядоченной парой двух точек которого существует ориентированный соединяющий путь.